

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

ПОГОДЖЕНО:

Заступник голови ВАК України



С.В. Іванов С.В. Іванов

03 1999 р.

ПРОГРАМА

кандидатського іспиту зі спеціальності

01.01.01 - Математичний аналіз

(фізико-математичні науки)

Київ - 1999

1. Теорія функцій дійсного змінного

1.1. Інтеграл Лебега і теорія диференціювання.

Зв'язок між інтегралами Рімана та Лебега. Нерівності Гельдера та Мінковського. Класи L^p і їх повнота. Теорема Лузіна і Єгорова. [8].

Похідна монотонної функції. Точки щільності інтегрованої функції. Функції обмеженої варіації. Неозначений інтеграл Лебега, абсолютно неперервні функції та відновлення функції за її похідною. Інтеграл Стілт'єса. Заряди. Розкладання Хана і Жордана. Теорема Радона-Нікодіма. [6]. [8]. [12].

1.2. Добуток мір.

Добуток систем множин. Добуток мір. Теорема Фубіні. [6].

1.3. Загальна формула Стокса.

Диференційовані многовиди. Диференціальні форми. Орієнтація. Зовнішній диференціал. Формула Стокса. часткові випадки. [9]. [10].

2. Теорія функцій комплексного змінного

2.1. Загальні питання.

Теорема Фрагмена-Тіндєльофа для кута, смуги. Нормальна сім'я аналітичних функцій, умови нормальності. Порядок і тип цілої функції. Канонічний добуток та його оцінка зверху, знизу. [1]. [2]. [4].

2.2. Гармонічні та субгармонічні функції.

Властивості гармонічних функцій, інтеграл Пуассона, задача Діріхле. Означення субгармонічної функції, її найпростіші властивості. Принципи максимуму. Асоційована міра, зображення Ріса. [1]. [2]. [3].

2.3. Функції багатьох комплексних змінних.

Кратні степеневі ряди. Їх області збіжності. Інтегральна формула Коші. Найпростіші властивості голоморфних функцій багатьох комплексних змінних. Нерівність Коші. Области голоморфності, їх характеристизація. Кратно-кругові області Гартогса. Ряди Гартогса, лема Гартогса, теорема Гартогса про сепаратні аналітичності. [1].

3. Функціональний аналіз.

3.1. Банахів простір.

Лема Ріса про майже перпендикуляри. Фактор-простір. Лінійні оператори й функціонали. Теорема Хана-Банаха. Теорема Бера. Принцип рівномірної обмеженості (теорема Банаха-Штейнгауза). Теорем про замкнений графік, відкрите відображення та обернений оператор. Критерії компактності у класичних просторах. Опис спряжених просторів до класичних функціональних просторів та просторів послідовностей. Рефлексивні та нерелексивні банахові простори. [5]. [6].

3.2. Спектр, спектральна теорія операторів.

Спектр та власні числа. Резольвента, теорема про непорожність спектру, спектральний радіус. Компактні оператори, компактність спряженого оператора. Альтернатива Фредгольма для рівнянь другого роду. Замкнені оператори, замкнення. C_0 -полугрупи і теорема Хілле-Носида. [5]. [6].

3.3. Необмежені оператори у гільбертовому просторі.

Симетричні та самоспряжені оператори. Спектральна теорема. Резольвента й функції від необмеженого самоспряженого оператора. [5].

3.4. Топологічні простори.

Топологічні простори. Топології, замкнені множини, база топології. Теорема Ліндєльофа.

Фільтри та збіжність за фільтром. Неперервні відображення. Нормальні простори. Лема Урисиона. Компактні простори. Добуток просторів та його топологія. Теорема Тихонова. [11].

3.5. Топологічний векторний простір.

Локально опуклі простори та теорема Хана-Банаха. Слабка топологія. Теорема Алаоглу. Критерії метризованості та нормування. Простори основних та узагальнених функцій. Операції з узагальненими функціями. Перетворення Фур'є, рівність Парсеваля. [5], [6], [7].

3.6. Опуклі компакти.

Крайні точки, теорема Крейна-Мілямана. Теорема Брауера й принцип Шаудера. [5], [7].

4. Теорія наближення функцій дійсного змінного.

Многочлени Чебищова, що найменше відхиляються від 0, та їх властивості. Модуль неперервності та нерівність Джексона для тригонометричних многочленів. Зв'язок між модулями гладкості та найкращими наближеннями за тригонометричною системою. [16], [17].

Література:

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т.1, Т.2, М., "Наука", 1985.
2. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, Т.2, М., "Наука", 1967 - 1968.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М., "Наука", 1972.
4. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М., "Наука", 1956.
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М., "Наука", 1965.
6. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., "Наука", 1968.
7. Рудин В. Функциональный анализ. М., "Мир", 1975.
8. Дороговцев А.Я. Элементы общей теории меры и интеграла. Киев, Выща школа, 1989.
9. Дороговцев А.Я. Математический анализ. Часть II. Киев, Либідь, 1994.
10. Келли Ж.Д. Общая топология. М., "Наука", 1981.
11. Натансон И.И. Теория функций вещественной переменной. М., "Наука", 1974.
12. Леонтьев А.Ф. Целые функции. Ряды экспонент. М., "Наука", 1983.
13. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., "Наука", 1988.
14. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Общая теория. М., ИИЛ, 1962.
15. Писаки К. Функциональный анализ. М., "Мир", 1967.
16. Давыдк В.К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М., "Наука", 1977.
17. Зигмунд. Тригонометрические ряды.