

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ**

Схвалено

Вченою радою Інституту
математики НАН України,
протокол № 11
від «11» жовтня 2016 року

Затверджую

Директор Інституту математики
НАН України

академік НАН України

_____ А. М. Самойленко

« __ » _____

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

**підготовки здобувачів третього (освітньо-наукового)
рівня вищої освіти – доктора філософії – спеціальності**

111 «Математика»

з дисципліни ДВА.05.05

«Перетворення гаусівських мір та ортогональні розклади»

КИЇВ – 2016 ВСТУП

Дисципліна ДВА.05.05 «Перетворення гаусівських мір та ортогональні розклади» входить у цикл професійної наукової підготовки аспірантів за спеціальністю 111 «Математика», що читається в 1 семестрі 2 курсу аспірантури в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), в тому числі 20 годин лекцій, 18 годин практичних занять та 82 годин самостійної роботи, й закінчується іспитом у 1 семестрі 2 курсу.

Мета і завдання навчальної дисципліни ДВА.05.05 «Перетворення гаусівських мір та ортогональні розклади»: ознайомлення та оволодіння ідеями й технічними засобами дослідження функціоналів від гаусівських процесів за допомогою розкладу Іто-Вінера, застосування теореми Гірсанова для дослідження абсолютно неперервних перетворень гаусівських мір.

Предмет навчальної дисципліни ДВА.05.05 «Перетворення гаусівських мір та ортогональні розклади»: основні поняття теорії гаусівських мір, абсолютно неперервні перетворення гаусівських мір, стохастичні диференціальні рівняння, ортогональні многочлени, розклад Іто-Вінера.

Вимоги до знань та вмінь.

Знати: основні властивості гаусівських мір, теорему про існування розкладу Іто-Вінера для квадратично інтегровних функціоналів від гаусівських мір, теорему Гірсанова про абсолютно неперервні перетворення гаусівських мір.

Вміти: досліджувати функціонали від гаусівських процесів за допомогою розкладу Іто-Вінера, вміти застосовувати теорему Гірсанова для дослідження абсолютно неперервних перетворень гаусівських мір, вміти застосовувати стохастичний аналіз та теорію мартингалів до вивчення стохастичних потоків броунівських частинок.

Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.

Дисципліна ДВА.05.05 «Перетворення гаусівських мір та ортогональні розклади» є однією з дисциплін вибору циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика».

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

теми	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	Самост. робота
1	Гаусівські міри	3	3	27
2	Ортогональні многочлени	3	3	27
3	Розклад Іто-Вінера	4	3	31
4	Абсолютно неперервні перетворення гаусівських мір	3	3	27
5	Теорема Гірсанова	3	3	27
6	Ортогональні розклади та сингулярні перетворення	4	3	33
Всього годин за семестр		20	18	172

Тема 1. Гаусівські міри.

Поняття гаусівської міри. Коваріаційний оператор гаусівської міри. Простір Камерона-Мартіна та допустимі зсуви гаусівської міри. Оператори стохастичного диференціювання та стохастичного інтеграла. Стохастичний аналіз та елементи числення Маллявена.

Тема 2. Ортогональні многочлени.

Ортогональні многочлени на скінченновимірному просторі. Рекуррентні співвідношення. Достатні умови щільності многочленів в просторі квадратично інтегровних функцій. Скінченновимірні та нескінченновимірні многочлени Ерміта.

Тема 3. Розклад Іто-Вінера.

Теорема про щільність многочленів в просторі квадратично інтегровних функцій відносно гаусівської міри. Структура просторів ортогональних многочленів. Зв'язок з полілінійними формами Гільберта-Шмідта та просторами Фока. Напівгрупа Орнштейна-Уленбека. Оператора народження, знищення та кількості частинок. Теорема про існування та єдиність розкладу Іто-Вінера.

Тема 4. Абсолютно неперервні перетворення гаусівських мір.

Абсолютна неперервність гауссівських мір при зсувах. Теорема Камерона-Мартіна. Вимірні функціонали та вимірні лінійні оператори. Лінійні перетворення гауссівських мір. Класи Соболева відносно гауссівських мір та поняття ємності. Достатні умови абсолютної неперервності при нелінійних перетвореннях гауссівських мір.

Тема 5. Теорема Гірсанова.

Мартингали та семімартингали. Стохастична експонента. Теорема Гірсанова про абсолютно неперервні перетворення гауссівської міри. Застосування до існування слабких розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь. Дослідження функціоналів на просторі з гауссівською мірою за допомогою теореми Гірсанова.

Тема 6. Ортогональні розклади та сингулярні перетворення.

Мультиплікативні функціонали від вінерівського процесу. Ортогональний розклад для розподілу зупиненого вінерівського процесу. Потoki броунівських частинок як узагальнені функціонали від білого шуму. Дослідження структури функціоналів від потоку Арратья за допомогою ортогональних розкладів.

Література:

1. Богачев В. И. Гауссовские меры. М.: Наука. Физматлит, 1997 – 343 с.
2. Revuz D., Yor M. Continuous martingales and Brownian motion. Vol. 293. Springer Science & Business Media, 2013.
3. Kallenberg Olav. Foundations of modern probability. Springer Science & Business Media, 2006.
4. Дороговцев А. А. Мерозначные процессы и стохастические потоки. Киев: Ин-т математики НАН Украины (2007).

Програму підготував

кандидат фіз.-мат. наук

Г. В. Рябов